Section 6

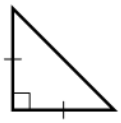
Partie 1 : Théorème de Pythagore

CLÉ DE CORRECTION

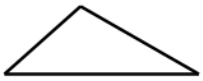
Exercice 1

Triangle rectangle

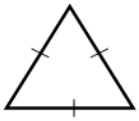
Triangle isocèle



Triangle rectangle isocèle



Triangle scalène



Triangle équilatéral

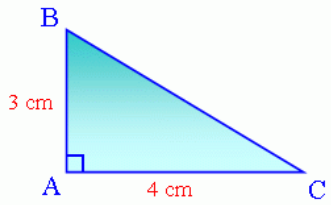
Exercice 2

1. ABC est un triangle rectangle en A.

On donne :

AB = 3 cm

AC = 4 cm



Question :

Calculez la longueur BC.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 3^2 + 4^2$

$BC^2 = 9 + 16$

$BC^2 = 25$

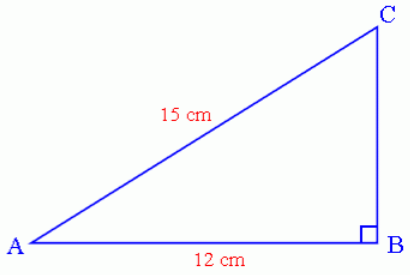
Donc $BC = \sqrt{25} = \boxed{5 \text{ cm}}$

2. ABC est un triangle rectangle en B.

On donne :

AB = 12 cm

AC = 15 cm



Question :

Calculez la longueur BC.

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$15^2 = 12^2 + BC^2$

$225 = 144 + BC^2$

$225 - 144 = BC^2$

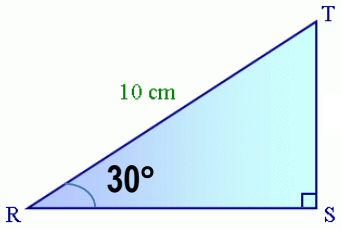
$81 = BC^2$

Donc $BC = \sqrt{81} = \boxed{9 \text{ cm}}$

3. RST est un triangle rectangle en S. **L'angle R vaut 30°.**

On donne :

RT = 10 cm



Question :

Calculez la longueur RS.

Vous donnerez la valeur exacte, puis une valeur arrondie à 0,1 près.

$RT^2 = ST^2 + RS^2$

$10^2 = 5^2 + RS^2$

$100 = 25 + RS^2$

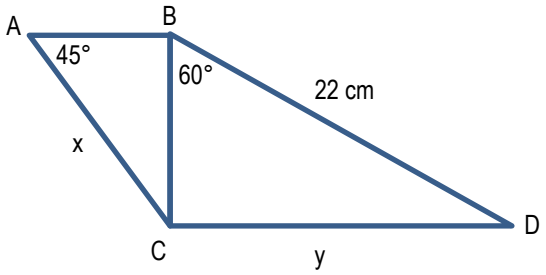
Donc :

$100 - 25 = RS^2$

$75 = RS^2$

Donc $RS = \sqrt{75} \approx \boxed{8{,}7 \text{ cm}}$

4. Deux triangles rectangles sont côte à côte. Trouve AC et CD.



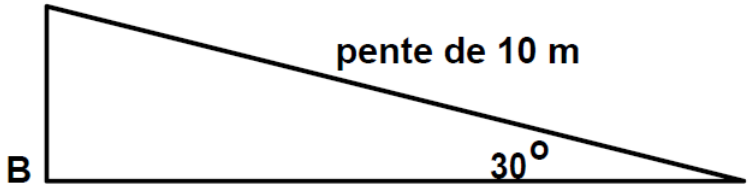
Côté opposé à 30° : BC = 22 ÷ 2 = 11 cm

AB = BC = 11 cm (triangle rectangle isocèle)

AC = $\sqrt{11^2 + 11^2} = 15{,}56\ cm$

CD = $\sqrt{22^2 - 11^2} = 19{,}05\ cm$

5. Hélène descend à vive allure une pente de ski. Arrivée en bas de la côte, elle enlève ses skis et marche jusqu'au point B. Quelle distance parcourt-elle?
Voici un schéma de la pente :



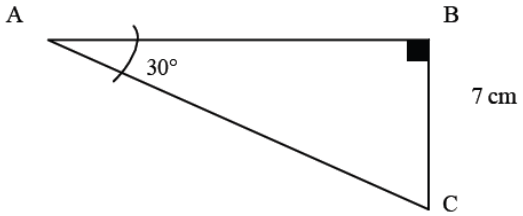
$$10^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2 = \text{distance}^2$$

100 – 25 = distance²

75 = distance²

Distance = 8,66 m

6. Dans le triangle suivant, évaluer la mesure du côté $\overline{AB}$

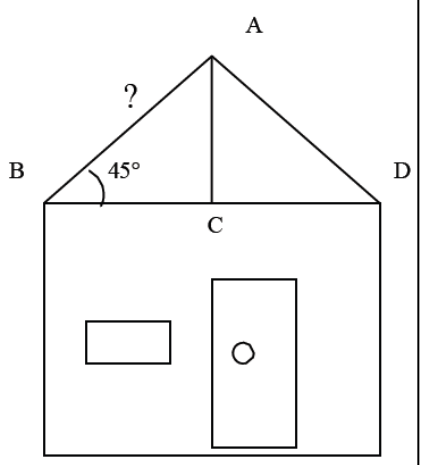


$$m\overline{AC} = 2 \times m\overline{BC} = 2 \times 7 = 14 \text{ cm}$$

$$AB = \sqrt{14^2 - 7^2} = 12{,}12\ cm$$

7. Voulant couvrir un toit, un charpentier désire connaître la longueur du toit de la base jusqu'au sommet. À partir des mesures données sur le croquis suivant, trouver la longueur du toit.

$m\overline{BD} = 15\,cm$

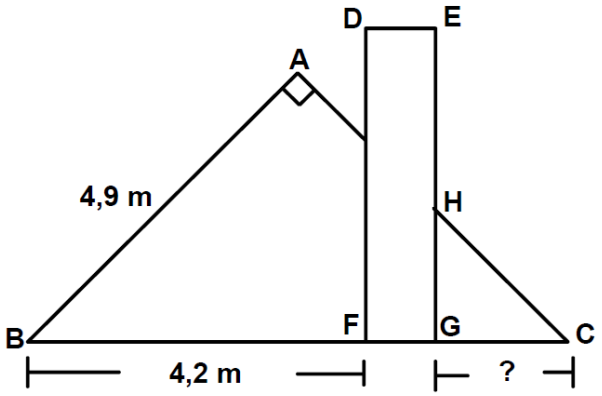


$$m\overline{BC} = \frac{1}{2} \times m\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 15 = 7{,}5 \text{ cm}$$

$$m\overline{AC} = m\overline{BC} = 7{,}5 \text{ cm}$$

$$m\overline{AB} = \sqrt{7{,}5^2 + 7{,}5^2} = \sqrt{56{,}25 + 56{,}25} = \sqrt{112{,}5} = 10{,}6 \text{ cm}$$

8. Sachant que la cheminée a une largeur de 1,5 m et est placée à 4,2 m du sommet B et que les côtés égaux du toit mesurent 4,9 m, quelle sera la distance de la cheminée par rapport au sommet C?



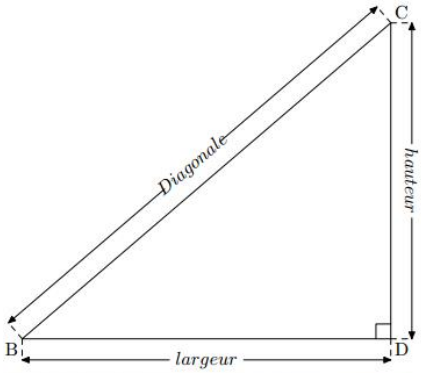
$a^2 = b^2 + c^2$
$a^2 = 4{,}9^2 + 4{,}9^2$
$a^2 = 24{,}01 + 24{,}01$
$a^2 = 48{,}02$
$a \approx 6{,}9296\ldots$
$a \approx 6{,}9$ m

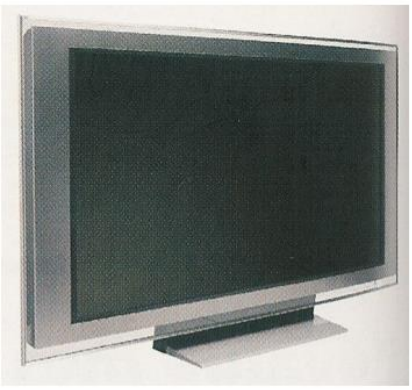
$m\overline{GC} = m\overline{BC} - m\overline{BF} - m\overline{FG}$
$m\overline{GC} = 6{,}9 - 4{,}2 - 1{,}5$
$m\overline{GC} = 1{,}2$ m

Exercice 3

a) Un écran plasma a pour largeur 61,9 cm et pour diagonale 71cm.

Calculer sa hauteur (arrondi au millimètre).





$\boxed{\textit{Le théorème de } \text{PYTHAGORE}}$ donne :

$$Diagonale^2 = largeur^2 + hauteur^2$$
$$71^2 = 61,9^2 + hauteur^2$$
$$5041 = 3831,61 + hauteur^2$$

soit $\boxed{hauteur^2 = 5041 - 3831,61 = 1209,39}$

donc $\boxed{hauteur = \sqrt{1209,39} \approx 34,8\,cm}$

b) Dans le triangle ABC rectangle en A on a : AB = 7,6 cm et AC = 5,7cm.
Calculer la longueur du coté [BC].

$\boxed{\text{Le triangle ABC est rectangle en A}}$ donc $\boxed{\text{l'hypoténuse est le coté [BC]}}$.

$\boxed{\textit{Le théorème de } \text{PYTHAGORE}}$ donne : $\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$

$$BC^2 = 7,6^2 + 5,7^2$$
$$\boxed{BC^2 = 57,76 + 32,49 = 90,25}$$

donc $\boxed{BC = \sqrt{90,25} = 9,5\,cm}$

c) Dans le triangle IJK rectangle en I on a : IJ = 45mm et JK = 75mm.
Calculer la longueur du coté [IK].

Le triangle IJK est rectangle en I donc l'hypoténuse est le coté [JK].

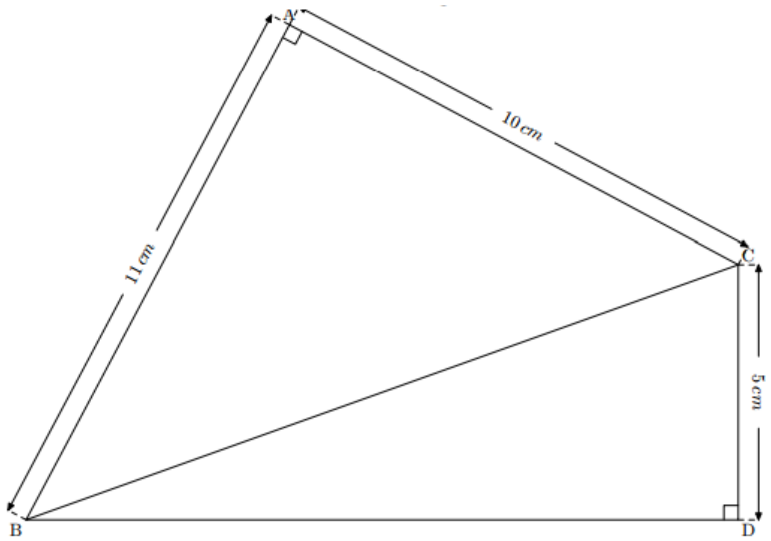
Le théorème de PYTHAGORE donne : $JK^2 = IJ^2 + IK^2$

$$75^2 = 45^2 + IK^2$$
$$5625 = 2025 + IK^2$$

soit $IK^2 = 5625 - 2025 = 3600$

donc $IK = \sqrt{3600} = 60\,mm$

d) Avec les données de la figure ci-dessous, calculer BD.



Le triangle ABC est rectangle en A donc l'hypoténuse est le coté [BC].

Le théorème de PYTHAGORE donne :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 11^2 + 10^2$

$BC^2 = 121 + 100$

soit $BC^2 = 221$

Le triangle BCD est rectangle en D donc l'hypoténuse est le coté [BC].

Le théorème de PYTHAGORE donne :

$BC^2 = DC^2 + BD^2$

$221 = 5^2 + BD^2$

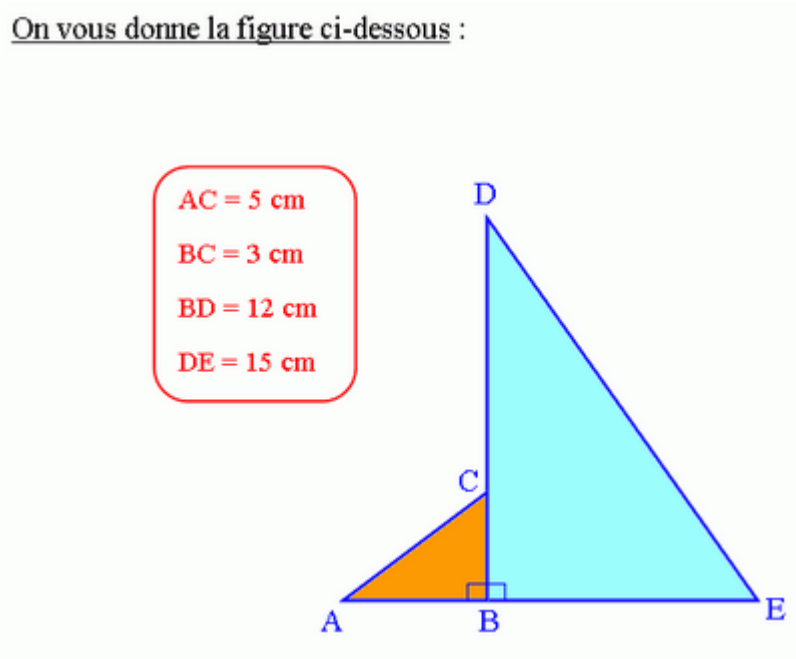
$221 = 25 + BD^2$

soit $BD^2 = 221 - 25 = 196$

donc $BD = \sqrt{196} = 14\,cm$

Exercice 4

a) On vous donne la figure ci-dessous :



Donnez la longueur de AE.

Petit triangle

$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AB^2 = AC^2 - BC^2$
$AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$
$AB = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$ cm

Grand triangle

$DE^2 = BD^2 + BE^2$
$BE^2 = DE^2 - BD^2$
$BE = \sqrt{DE^2 - BD^2}$
$BE = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm

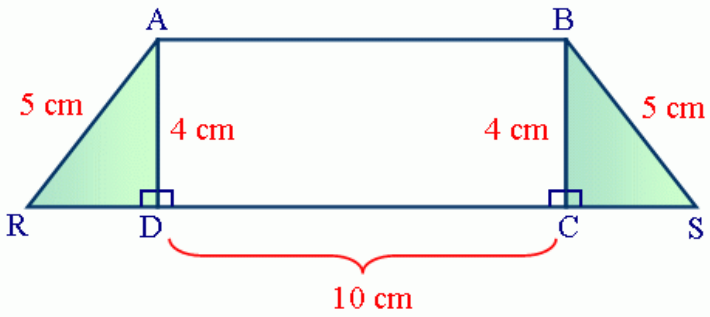
Longueur de AE

AE = AB + BE
AE = 4 + 9
AE = 13 cm

b) <u>Sur la figure ci-dessous</u> :

- ABCD est un rectangle

- ARD et BCS sont des triangles rectangles.



Donnez la longueur de RS.

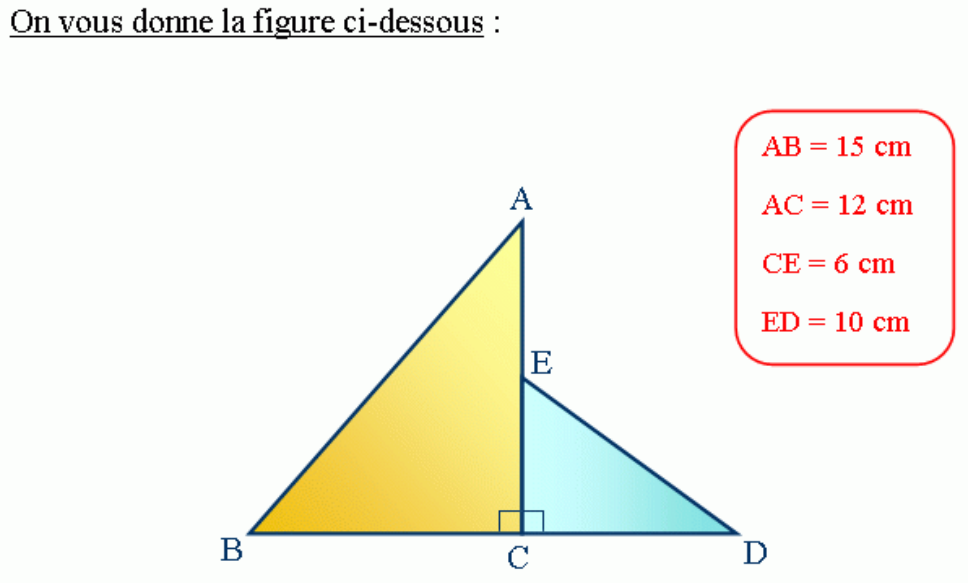
Les deux triangles sont identiques

Donc RD = CS

$RA^2 = RD^2 + DA^2$
$RD^2 = RA^2 - DA^2$
$RD = \sqrt{RA^2 - DA^2}$
$AB = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ cm

RS = RD + DC + CS
RS = 3 + 10 + 3 = 16 cm

c) On vous donne la figure ci-dessous :



Donnez la longueur de BD.

Grand triangle

$AB^2 = BC^2 + AC^2$
$BC^2 = AB^2 - AC^2$
$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$
$BC = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ cm

Grand triangle

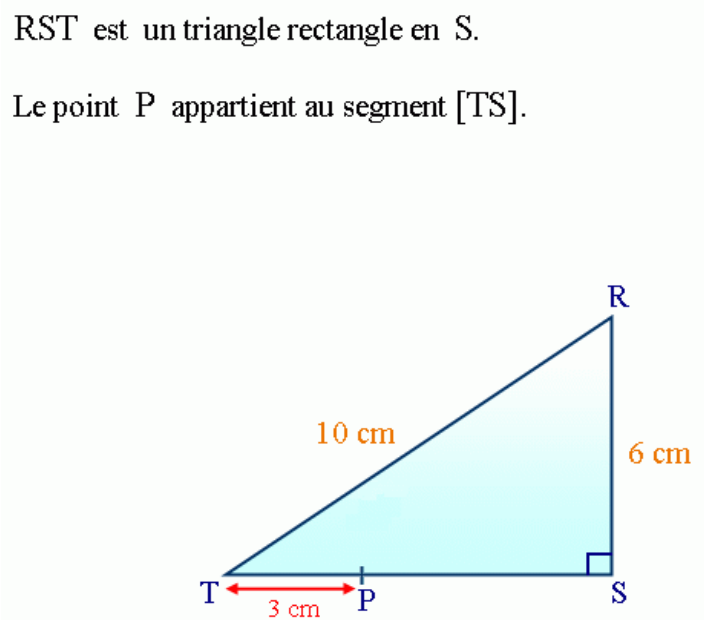
$ED^2 = CE^2 + CD^2$
$CD^2 = ED^2 - CE^2$
$CD = \sqrt{ED^2 - CE^2}$
$CD = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ cm

Longueur de BD

BD = BC + CD
BD = 9 + 8
BD = 17 cm

d) RST est un triangle rectangle en S.

Le point P appartient au segment [TS].

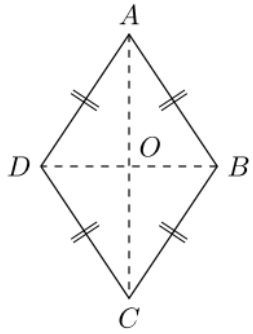


Donnez la longueur de PS.

$TR^2 = TS^2 + SR^2$
$TS^2 = TR^2 - SR^2$
$TS = \sqrt{TR^2 - SR^2}$
$TS = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ cm

TS = TP + PS
PS = TS – TP
PS = 8 – 3 = 5 cm

e) Le côté d'un losange mesure 27, 4 cm et l'une de ses diagonales 42 cm.
Quelle est la longueur de sa seconde diagonale ?



✓ $ABCD$ est un losange.
Or : « Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales se coupent en leur milieu » .
Donc O est le milieu de $[AC]$ et $AO = AC \div 2 = 42 \div 2 = 21$ cm.

✓ $ABCD$ est un losange.
Or : « Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires » .
Donc AOB est un triangle rectangle.

✓ AOB est un triangle rectangle, donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
$AB^2 = AO^2 + OB^2$
$OB^2 = AB^2 - AO^2$
$OB^2 = 27,4^2 - 21^2 = 309,76$
$OB = \sqrt{309,76} = 17,6$

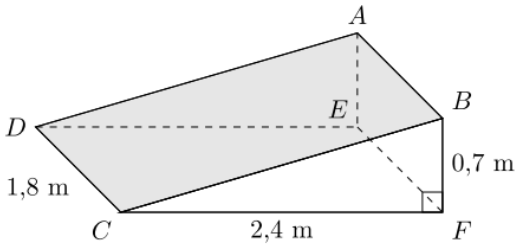
✓ Comme O est le milieu de $[DB]$: $DB = OB \times 2 = 17,6 \times 2 = 35,2$ cm.

$\boxed{\text{Finalement la seconde diagonale de ce losange mesure } 35,2 \text{ cm.}}$

f) Un tremplin sur un parcours de mini-golf a la forme d'un prisme droit à base triangulaire. Le revêtement posé sur l'une de ses faces, en gris sur la figure, a coûté 128,52 €.

Quel est le prix au mètre-carré de ce revêtement ?

Justifier.



Le triangle BCF est rectangle en F, d'après le théorème de Pythagore :

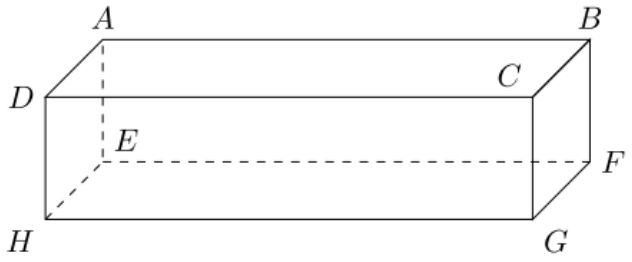
$BC^2 = CF^2 + FB^2$
$BC^2 = 2,4^2 + 0,7^2$
$BC^2 = 6,25$
$BC = \sqrt{6,25}$
$BC = 2,5$

Maintenant qu'on connait la longueur BC, on peut calculer l'aire du rectangle $ABCD$:
$\mathcal{A}_{ABCD} = DC \times BC \ = \ 1,8 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} \ = \ 4,5 \text{ m}^2$

$4,5 \text{ m}^2$ de revêtement ont coûté 128,52 €, calculons le prix d'un mètre-carré :
$128,52 \div 4,5 = 28,56$

$\boxed{\text{Ce revêtement coûte donc 28,56 € le mètre-carré.}}$

g) ABCDEFGH est un pavé droit tel que : AB = 12 cm ; BF = 3 cm ; GF = 4 cm.
Calcule la longueur d'une diagonale (par exemple, AG) de ce pavé droit.



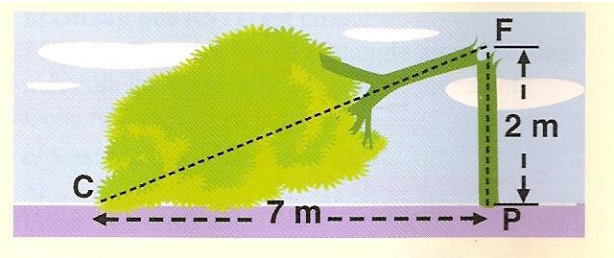
Pour calculer la longueur AG de la diagonale du pavé , il faut d'abord déterminer la longueur AC.

La face $ABCD$ du pavé est un rectangle. Les rectangles ont quatre angles droits donc le triangle ABC est rectangle en B et son hypoténuse est $[AC]$.
D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
(Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur donc $BC = GF = 4$ cm.)
$AC^2 = 12^2 + 4^2$
$AC^2 = 160$
$AC = \sqrt{160}$

Dans un pavé droit, les faces sont perpendiculaires entre elles donc le triangle ACG est rectangle en C et son hypoténuse est $[AG]$.
D'après le théorème de Pythagore : $AG^2 = AC^2 + CG^2$.
(Dans un rectangle, les côtés opposés ont la même longueur donc $CG = BF = 3$ cm.)
$AG^2 = 160 + 3^2$
$AG^2 = 169$
$AG = \sqrt{169}$
$AG = 13$

Finalement, une diagonale de ce pavé mesure 13 cm.

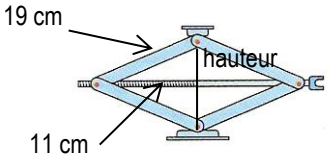
h) Julia constate que la foudre a cassé son arbre préféré à 2 m du sol. La cime touche le sol à 7 m du pied de l'arbre. Quelle était la hauteur de l'arbre avant l'orage.



$CF^2 = CP^2 + PF^2$
$CF = \sqrt{CP^2 + PF^2}$
$CF = \sqrt{7^2 + 2^2} = 7{,}28$ m

hauteur = CF + 2 m
hauteur = 7,28 + 2 = 9,28 m

i) Un cric est un losange articulé dont les côtés mesurent 19 cm. A quelle hauteur soulève-t-il la caisse d'une voiture lorsque la diagonale horizontale mesure 11 cm ?



$$19^2 = \left(\frac{11}{2}\right)^2 + \left(\frac{hauteur}{2}\right)^2$$

$$19^2 = 5{,}5^2 + \frac{hauteur^2}{2^2}$$

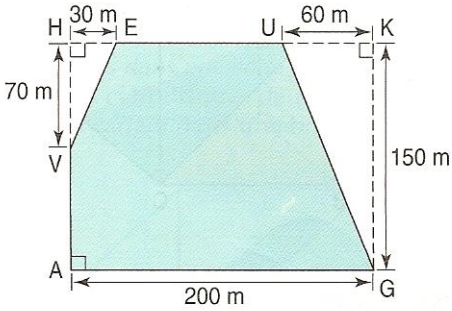
$$\frac{2^2 \times 19^2 = 2^2 \times 5{,}5^2 + hauteur^2}{2^2}$$

$$2^2 \times 19^2 = 2^2 \times 5{,}5^2 + hauteur^2$$

$$1444 = 121 + hauteur^2$$

$$hauteur = \sqrt{1444 - 121} = 36{,}37\ cm$$

j) Monsieur Crésus a possède un terrain VAGUE qu'il veut clôturer. Calcule la quantité de fil qu'il doit acheter ?



<u>Petit triangle</u>

$$VE^2 = VH^2 + HE^2$$
$$VE = \sqrt{VH^2 + HE^2}$$
$$VE = \sqrt{70^2 + 30^2} = 76{,}2\ m$$

<u>Grand triangle</u>

$$GU^2 = UK^2 + KG^2$$
$$GU = \sqrt{UK^2 + KG^2}$$
$$GU = \sqrt{60^2 + 150^2} = 161{,}6\ m$$

EU = AG – 30 – 60
EU = 200 – 30 – 60 = 110 m

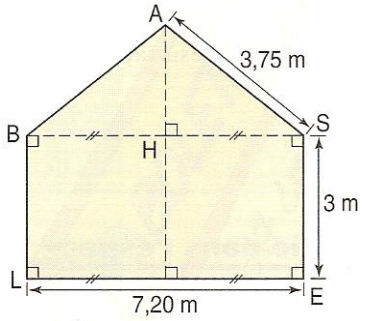
AV = GK – 70
AV = 150 – 70 = 80 m

Quantité de fil = EU + GU + AG + AV + VE
Quantité de fil = 110 + 161,6 + 200 + 80 + 76,2 = 627,8 m

k) Un peintre veut crépir ce mur. Mais pour cela, il faut d'abord calculer son aire. Peux-tu aider le peintre ?

HS = LE ÷ 2 = 7,20 ÷ 2 = 3,6 m

$AS^2 = HA^2 + HS^2$
$HA^2 = AS^2 - HS^2$
$HA = \sqrt{AS^2 - HS^2}$
$HA = \sqrt{3{,}75^2 - 3{,}6^2} = 1{,}05\ m$



Aire du triangle

$$A_t = \frac{Base\ \times hauteur}{2} = \frac{BS \times HA}{2} = \frac{7{,}20\ \times 1{,}05}{2} = 3{,}78\ m^2$$

Aire du rectangle

$A_r = Base\ \times hauteur = LE\ \times SE = 7{,}20\ \times 3 = 21{,}6\ m^2$

Aire du mur

$A = A_t + A_r = 3{,}78 + 21{,}6 = 25{,}38\ m^2$

l) Pour couvrir le toit de la maison, il faut prévoir 20 tuiles au m².
Quelle est la quantité de tuiles à acheter ?
(On suppose les deux parties du toit rectangulaires)

Triangle 1 :

$H1 = \sqrt{9^2 + 1{,}5^2} = 9{,}12\ m$

Aire du toit 1:

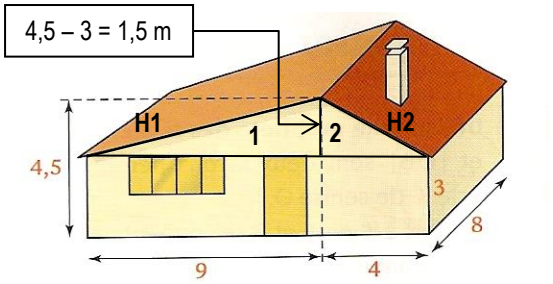
$A1 = H1 \times 8$
$A1 = 9{,}12 \times 8 = 72{,}96\ m^2$

Triangle 2 :

$H2 = \sqrt{4^2 + 1{,}5^2} = 4{,}27\ m$

Aire du toit 1:

$A2 = H2 \times 8$
$A2 = 4{,}27 \times 8 = 34{,}16\ m^2$



Aire total du toit :

A = A1 + A2
A = 72,96 + 34,16 = 107,12 m^2

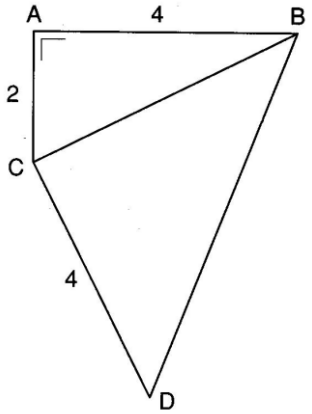
Nombre de tuiles:

$$\frac{Aire}{nbr\ de\ tuiles} \qquad \frac{1\ m^2}{20} = \frac{107{,}12\ m^2}{x}$$

$x = 20 \times 107{,}12 = 2142{,}4\ tuiles$

Donc 2143 tuiles

m) Le triangle BAC est rectangle en A. Le triangle BCD est triangle en C. Calcule la longueur [BD].



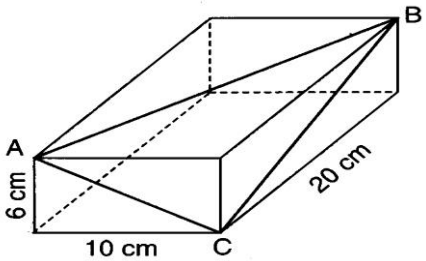
<u>Triangle ABC</u>

$CB^2 = AC^2 + AB^2$
$CB = \sqrt{AC^2 + AB^2}$
$CB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 4{,}47$

<u>Triangle BCD</u>

$DB^2 = CD^2 + CB^2$
$DB = \sqrt{CD^2 + CB^2}$
$DB = \sqrt{4^2 + 4{,}47^2} = 6$

n) Un ébéniste a taillé une face triangulaire dans un bloc parallélépipédique. Calcule les longueurs des arêtes de cette face triangulaire. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie.



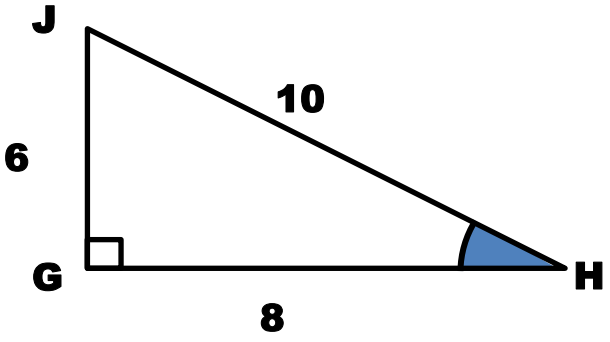
$AC^2 = 6^2 + 10^2$
$AC = \sqrt{6^2 + 10^2} = 11{,}66\ cm$

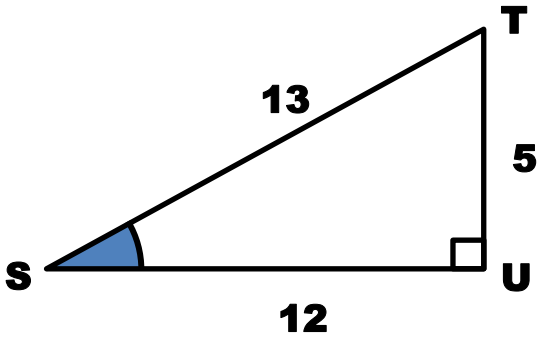
$BC^2 = 6^2 + 20^2$
$BC = \sqrt{6^2 + 20^2} = 20{,}88\ cm$

$AB^2 = 10^2 + 20^2$
$AB = \sqrt{10^2 + 20^2} = 22{,}36\ cm$

Section 6
Partie 2 : Trigonométrie

Exercice 1

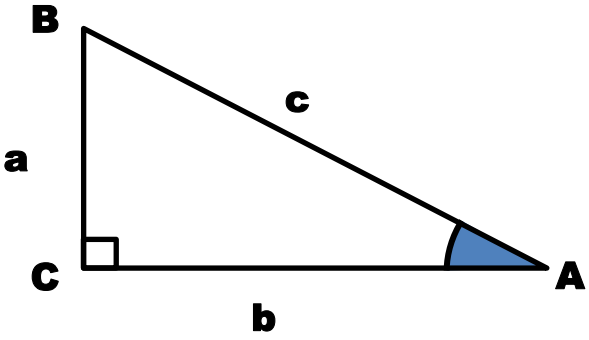




Sin H = $\frac{6}{10}$	Cos J = $\frac{6}{10}$
Cos H = $\frac{8}{10}$	Sin J = $\frac{8}{10}$
Tan H = $\frac{6}{8}$	Tan J = $\frac{8}{6}$

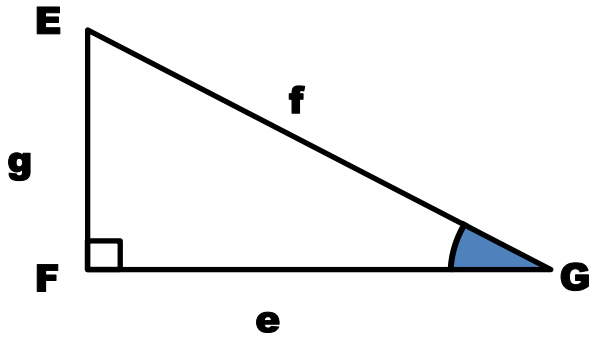
Sin S = $\frac{5}{13}$	Cos T = $\frac{5}{13}$
Cos S = $\frac{12}{13}$	Sin T = $\frac{12}{13}$
Tan S = $\frac{5}{12}$	Tan T = $\frac{12}{5}$

Exercice 2



$\sin A = \frac{a}{c}$	$\sin B = \frac{b}{c}$
$\cos A = \frac{b}{c}$	$\cos B = \frac{a}{c}$
$\tan A = \frac{a}{b}$	$\tan B = \frac{b}{a}$

Exercice 3



$$\frac{g}{e} = \tan G \qquad \frac{e}{f} = \sin E \ \ et \ \ \cos G$$

$$\frac{e}{g} = \tan E \qquad \frac{g}{f} = \sin G \ \ et \ \ \cos E$$

Exercice 4

sin 30° = 0,5	sin 80° = 0,9848
cos 20° = 0,9397	cos 50° = 0,6428
tan 60° = 1,7321	sin 65° = 0,9063
cos 45° = 0,7071	tan 0° = 0
sin 10° = 0,1736	tan 45° = 1
tan 56° = 1,4826	cos 120° = -0,5

Exercice 5

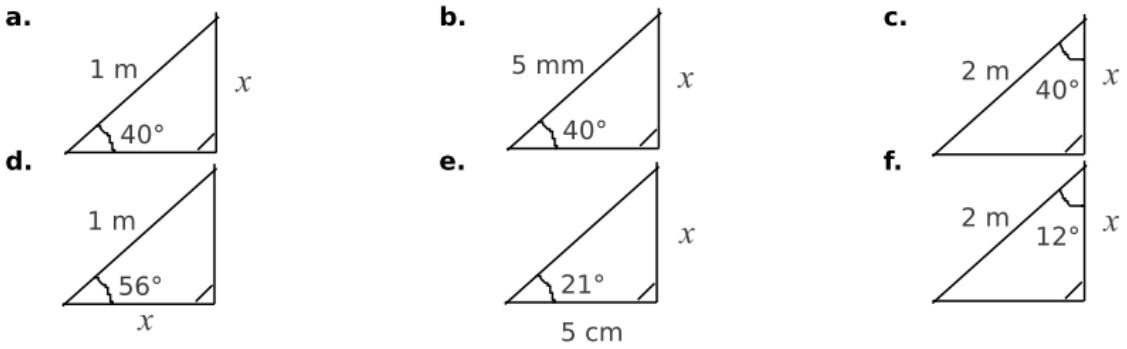
$\sin(30°) = \frac{a}{8}$ $\cos(40°) = \frac{b}{7}$ $tg(60°) = \frac{c}{8}$

a = 4,0 b = 5,4 c = 13,9

$\sin(30°) = \frac{8}{d}$ $\cos(40°) = \frac{7}{e}$ $tg(60°) = \frac{8}{f}$

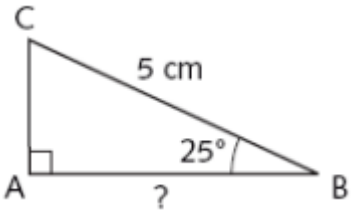
d = 16,0 e = 9,1 f = 4,6

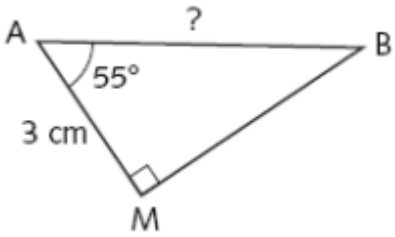
Exercice 6

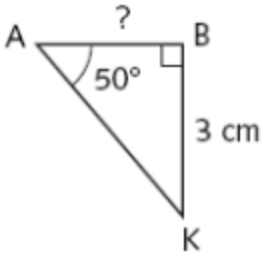


a) sin 40° = x/1 x = 0,6 m
b) sin 40° = x/5 x = 3,2 mm
c) cos 40° = x/2 x = 1,5 m
d) cos 56° = x/1 x = 0,6 m
e) tan 21° = x/5 x = 1,9 cm
f) cos 12° = x/2 x = 2,0 m

Exercice 7







a) b) c)

cos 25° = AB/5
AB = 4,5 cm

cos 55° = 3/AB
AB = 5,2 cm

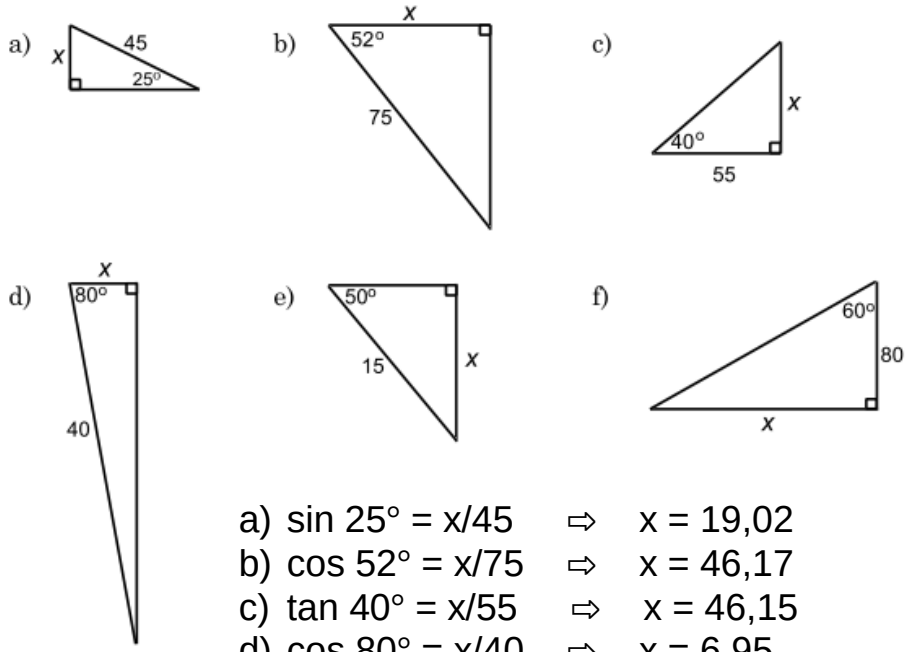
tan 50° =3/AB
AB = 2,5cm

Exercice 8

sin θ = 0,2323 θ = 13	cos θ = 0,8812 θ = 28
cos θ = 0,6543 θ = 49	sin θ = 0,1234 θ = 7
tan θ = 1,337 θ = 53	tan θ = 0,503 θ = 27
cos θ = 0,0586 θ = 87	cos θ = -0,5491 θ = 123
tan θ = -2,5152 θ = -68	tan θ = 1 θ = 45
sin θ = 0,02513 θ = 1	sin θ = 0 θ = 0

Exercice 9

1.



a) sin 25° = x/45 ⇨ x = 19,02
b) cos 52° = x/75 ⇨ x = 46,17
c) tan 40° = x/55 ⇨ x = 46,15
d) cos 80° = x/40 ⇨ x = 6,95
e) sin 50° = x/15 ⇨ x = 11,49
f) tan 60° = x/80 ⇨ x = 138,56

2. 1 109,60 cm
3. 77,40°
4. 6,88 m
5. 9,42 m
6. 85,41 m
7. 10,62°

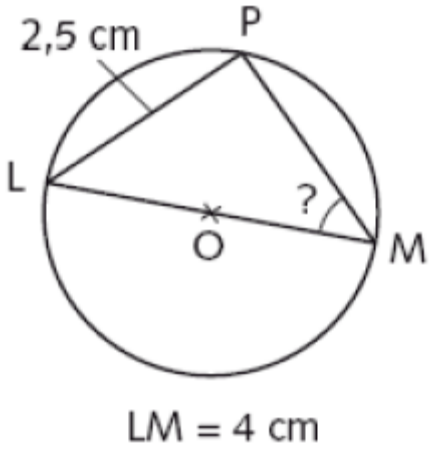
Exercice 10

1. $x = 248{,}03$ cm
2. $x = 8{,}68$ m
3. $x = 23{,}54$ m au-dessus du sol
4. $x = 64{,}18°$
5. $x = 34{,}28$ cm

Exercice 11

Dans chacun de ces cas, calculer la longueur demandée ou la mesure de l'angle demandée. On donnera une valeur approchée par excès à 0,1 cm près ou à 1° près (les dessins ne sont pas tracés à l'échelle).

a)

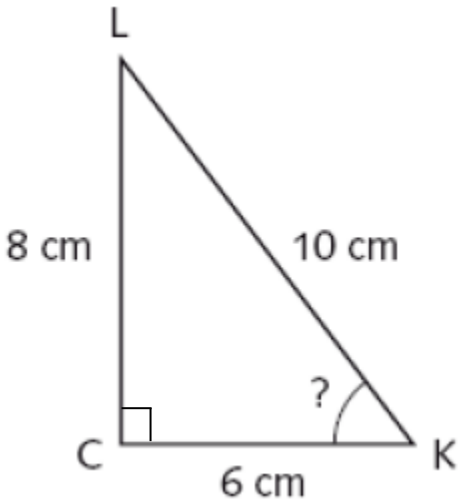


P est un point du cercle de diamètre [LM] donc le triangle PLM est rectangle en P.

sin M = LP/LM
sin M = 2,5/4

donc M ≈ 39°.

b)



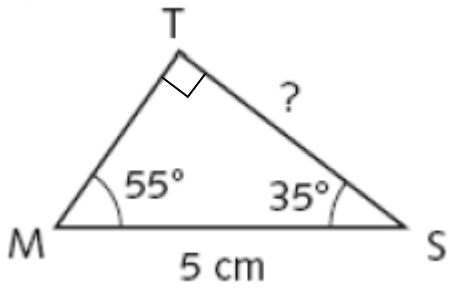
On démontre que LCK est rectangle en C en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore :

$LK^2 = 10^2 = 100$
$CK^2 + CL^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
Puisque $LK^2 = CK^2 + CL^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle est rectangle en C.

En utilisant n'importe quelle ligne trigonométrique on trouve K ≈ 53,1°.

tan ∠K = 8/6

c)

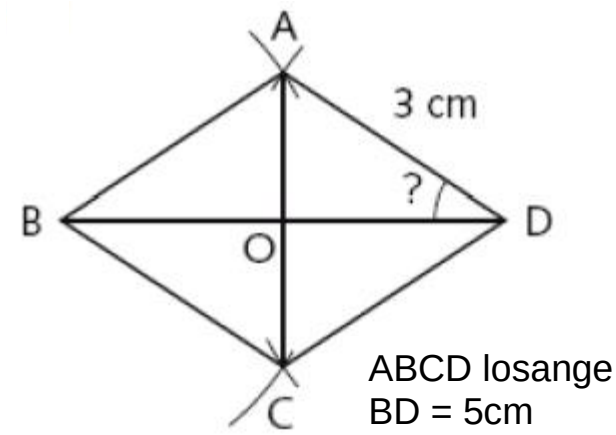


Dans le triangle MST on a
MTS = 180° - (55° + 35°) = 90°.
Donc le triangle MST est rectangle en T.

En utilisant cos 35° ou sin 55° on obtient
TS ≈ 4,1 cm

cos 35° = TS/5

d)



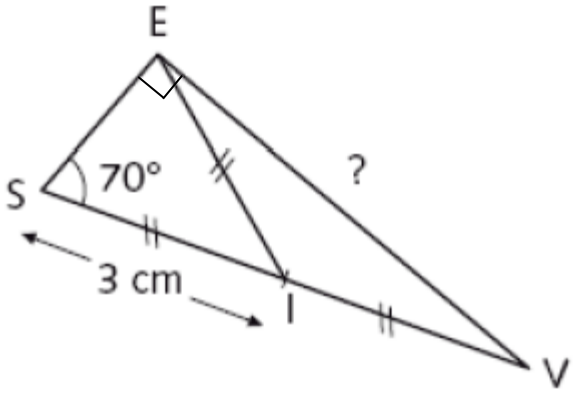
ABCD est un losange donc les diagonales [AC] et [BD] sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu ;

Donc AOD est un triangle rectangle en O et OD = 2,5 cm.

En utilisant le cosinus dans le triangle rectangle AOD on obtient : ∠ D ≈ 33,6°.

Cos ∠ D = 2,5/3

e)



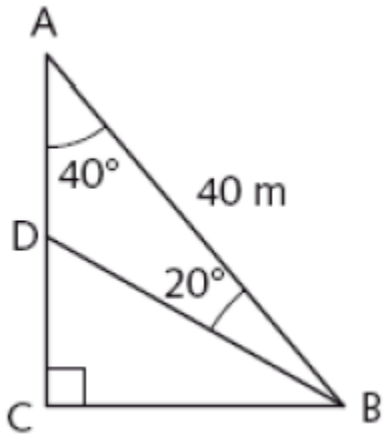
Dans le triangle ESV, la droite (EI) est une médiane telle que EI = SV/2 donc le triangle SEV est rectangle en E.

En utilisant le sinus de l'angle ESV on obtient EV ≈ 5,6 cm.

sin 70° = EV/6

f) L'entraîneur a placé trois fanions aux points A, B et D. Les joueurs doivent faire le tour du triangle ABD.

Quelle distance parcourent-ils à chaque tour ?



sin 40° = BC / 40 ⇨ BC = 25,7 m
cos 40° = AC / 40 ⇨ AC = 30,6 m

L'angle ABC = 50° (180 – 90 – 40)
Donc l'angle DBC = 30° (50 – 20)

tan 30° = DC / BC
tan 30° = DC / 25,7 ⇨ DC = 14,8 m

AD = AC – DC = 30,6 – 14,8 = 15,8 m

cos 30° = BC / BD
cos 30° = 25,7 / BD ⇨ BD = 29,7 m

Un tour = AB + BD + AD
= 40 + 29,7 + 15,8
= 85,5 m

Exercice 12

Ex 1 : 6582 m
Ex 2 : 63,92 m
Ex 3 : 130,90 m
Ex 4 : 6,06 m
Ex 5 : 8500 m (8507)
Ex 6 : 2898 m
Ex 7 : 345,53 sec = 5 min et 46 sec
Ex 8 : 12,02°
Ex 9 : 623,81 m